

# 3天体のプレートマッチングによる極軸補正

株式会社アストロアーツ

特許第 6892166 号「望遠鏡制御プログラム」(以下「本特許」といいます。) 技術説明書

赤道儀の赤緯軸を固定した状態で、赤経軸を回転しながら天球上の 3 点を撮影し、それぞれの画像中心の赤道座標をプレートマッチングにより測定する。この 3 点の赤道座標（赤経、赤緯）を、それぞれ  $P_1(\alpha_1, \delta_1)$ 、 $P_2(\alpha_2, \delta_2)$ 、 $P_3(\alpha_3, \delta_3)$  とします。赤道儀の極軸が正しく極方向を指していれば、この 3 点の赤緯は同じであることから、球面上でこれらをつなぐ小円（または 3 点を結ぶ三角形）の法線は、北極方向または南極方向を指します。しかし、赤道儀の極軸が正しく極方向を向いていない場合にはこれがずれることになり、ここから極軸を補正することができます。

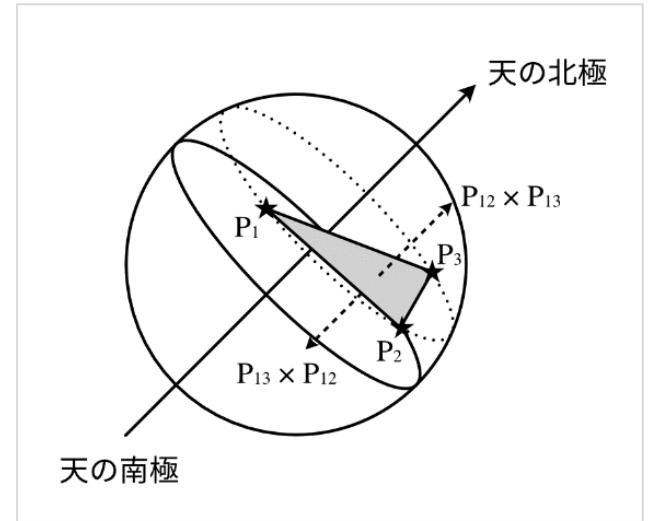


図 1: 天球上の 3 点から軸を求める

まず、 $P_1$ から $P_2$ に向かうベクトル  $P_{12}(x_{12}, y_{12}, z_{12})$ 、および  $P_1$ から $P_3$ に向かうベクトル  $P_{13}(x_{13}, y_{13}, z_{13})$ を、次のようにして求めます。

$$\begin{aligned} x_{12} &= \cos \delta_2 \cos \alpha_2 - \cos \delta_1 \cos \alpha_1 \\ y_{12} &= \cos \delta_2 \sin \alpha_2 - \cos \delta_1 \sin \alpha_1 \\ z_{12} &= \sin \delta_2 \quad - \sin \delta_1 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned} x_{13} &= \cos \delta_3 \cos \alpha_3 - \cos \delta_1 \cos \alpha_1 \\ y_{13} &= \cos \delta_3 \sin \alpha_3 - \cos \delta_1 \sin \alpha_1 \\ z_{13} &= \sin \delta_3 \quad - \sin \delta_1 \end{aligned} \tag{2}$$

この  $P_{12}$  および  $P_{13}$  は、3 点  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  が作る三角形において、 $P_1$  を始点とする 2 つの辺が示すベクトルです。よって、 $P_{12}$  と  $P_{13}$  の外積を計算すれば、 $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$  で作る三角形の法線の方向を持つベクトルが得られます。この外積のベクトル  $Q(x_q, y_q, z_q)$  は、次の式(3)で計算できます。

$$\begin{aligned} x_q &= y_{12} z_{13} - z_{12} y_{13} \\ y_q &= z_{12} x_{13} - x_{12} z_{13} \\ z_q &= x_{12} y_{13} - y_{12} x_{13} \end{aligned} \tag{3}$$

これで得られたベクトル  $Q(x_q, y_q, z_q)$  を、次のようにして極座標表現の赤道座標  $Q(\alpha_q, \delta_q)$  に変換します。

$$\alpha_q = \tan^{-1} \frac{y_q}{x_q} \quad (4)$$

$$\delta_q = \tan^{-1} \frac{z_q}{\sqrt{x_q^2 + y_q^2}}$$

この点 $Q$ は、3点 $P_1, P_2, P_3$ が作る三角形の法線方向であり、赤道儀の極軸が指している方向の座標です。極軸が正しく設置されていれば $\delta_q = 90^\circ$  ( $\alpha$ は不定) となるはずですが、実際には極軸のずれのために一致せず、これを使って正確に極方向に向くように修正することが可能になります。

ここで、ずれの量は赤道座標による値ですが、感覚的にわかりやすい地平座標に変換し、方位および高度のずれを求ることもできます。これには、まず点 $Q$ を、次の式(5)によって方位 $A_q$ 、高度 $h_q$ に変換します。

$$\begin{aligned} \cos h_q \sin A_q &= -\cos \delta_q \sin(\theta - \alpha_q) \\ \cos h_q \cos A_q &= \cos \phi \sin \delta_q + \sin \phi \cos \delta_q \cos(\theta - \alpha_q) \\ \sin h_q &= \sin \phi \sin \delta_q + \cos \phi \cos \delta_q \cos(\theta - \alpha_q) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\phi$ は観測地の緯度、 $\theta$ は観測時刻における地方恒星時です。地方恒星時は、その観測地での真南の方向の赤経に等しく、地球の自転とともに時間とともに増加する量です。これは計算で求めることも可能ですが、理科年表などの暦には、毎日 0 時のグリニッジ恒星時が掲載されています。これに観測地の経度を加えることで、その場所での 0 時の地方恒星時を求めることができます。さらに、恒星時は 1 日に 24 時間 03 分 57 秒ほど進むため、ここからの比例計算により、観測した時刻の地方恒星時を求ることができます。

地平座標系の方位 $A_q$ 、高度 $h_q$ と、実際の極方向の方位（真北）、高度（観測地の緯度 $\phi$ ）との差( $\Delta A, \Delta h$ )は、次の式(6)で求められます。

$$\begin{aligned} \Delta A &= -A_q \\ \Delta h &= \phi - h_q \end{aligned} \quad (6)$$

ここまで計算を経ることで、実際に極方向（例えば北極星）を観測せずに極軸のずれの量を知ることができます。観測者は図 2 のようなユーザーインターフェースを介して計測結果を参照しながら、あたかも擬似的な極軸望遠鏡を覗くような感覚で極軸を調整できます。また、これを繰り返すことにより、さらに精度を高めることができます。

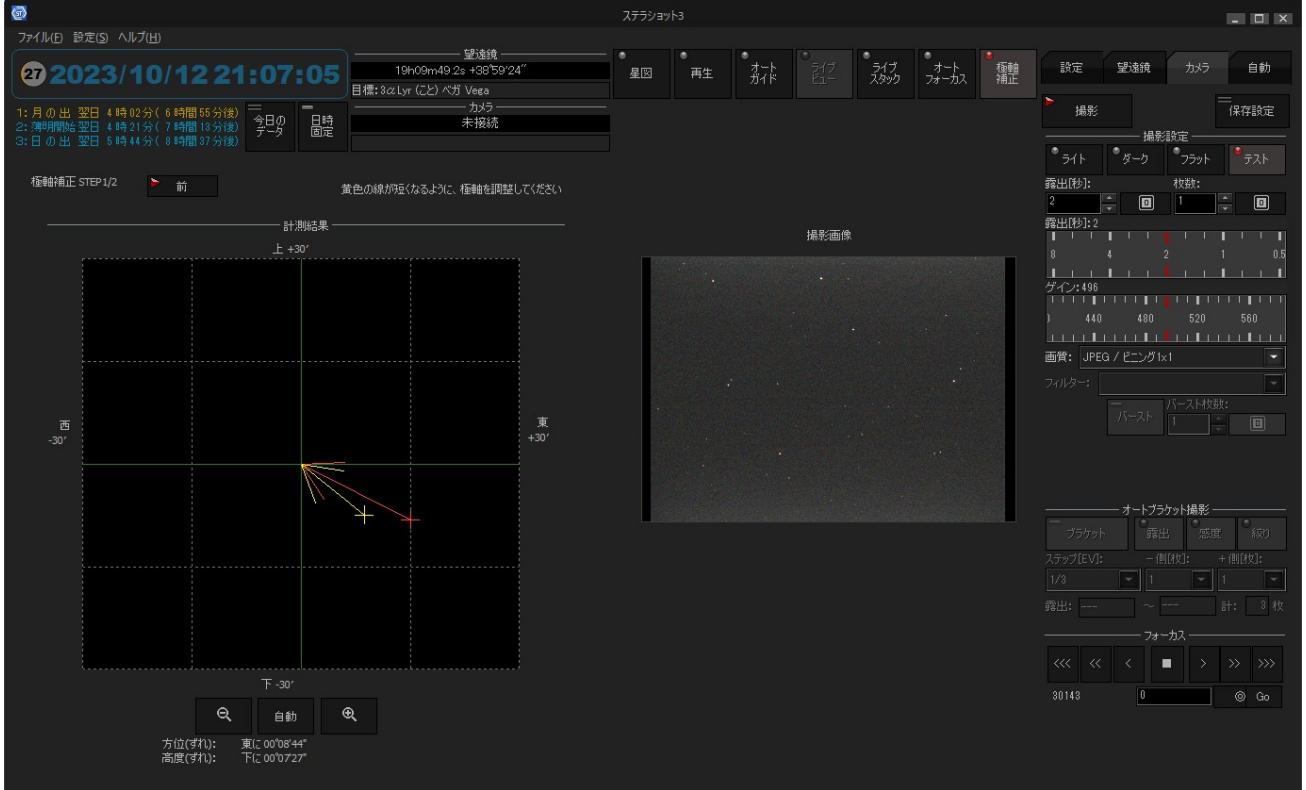


図 2: 計測結果から極軸のずれを表示。緑の座標軸の交わる原点は真の極方向、赤い十字は現在望遠鏡が向いている“ずれた”極方向を示す。観測者は赤い十字と原点が一致するように赤い矢印方向へ極軸の水平・垂直つまみを調整する（ステラショット 3 の画面）。

しかし、図 2 のグラフ表示や数値のみを参照しながら、極軸の方向をずれの分だけ正確に修正することは機械精度等の問題から難しく、ここまで操作を何度も繰り返しながら追い込む必要があります。そこで、さらに短時間で正確に極軸を調整するため、最終的に適当な明るい恒星を導入して、望遠鏡に接続したカメラのライブビューを使いながら、その星が視野の中央に入るよう極軸を水平・垂直方向に修正を行います。この仕組みは次のとおりです。

前記のように、プレートマッチングによって  $P_3$  の座標を測定した際、現在の望遠鏡向きの正確な座標が  $P_3(\alpha_3, \delta_3)$  として求められています。ここで、仮に極軸を正しく修正できたとすれば、この修正により望遠鏡の向いている方向はその回転の分だけ動いて、 $P'_3(\alpha'_3, \delta'_3)$  になるものとします。この  $P'_3$  を求めるため、まず  $P_3(\alpha_3, \delta_3)$  を次のようにして直交座標  $P_3(x_3, y_3, z_3)$  に変換します。

$$\begin{aligned} x_3 &= \cos \delta_3 \cos \alpha_3 \\ y_3 &= \cos \delta_3 \sin \alpha_3 \\ z_3 &= \sin \delta_3 \end{aligned} \tag{7}$$

この  $P_3(x_3, y_3, z_3)$  を次のように行列を使って回転することで、 $P'_3(x'_3, y'_3, z'_3)$  が得られます。

$$P'_3 = \begin{pmatrix} -\cos \alpha_q & \sin \alpha_q & 0 \\ -\sin \alpha_q & -\cos \alpha_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sin \delta_q & 0 & \cos \delta_q \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos \delta_q & 0 & \sin \delta_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\cos \alpha_q & -\sin \alpha_q & 0 \\ \sin \alpha_q & -\cos \alpha_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (8)$$

回転して得られた直交座標を、次のように極座標に変換することで、 $P_3'(\alpha'_3, \delta'_3)$ が得られます。

$$\alpha'_3 = \tan^{-1} \frac{y'_3}{x'_3} \quad (9)$$

$$\delta'_3 = \tan^{-1} \frac{z'_3}{\sqrt{x'^2_3 + y'^2_3}}$$

ここで、赤道儀に対して、現在向いている方向が $P_3'(\alpha'_3, \delta'_3)$ であるとして同期を行います。同期とは、望遠鏡の制御装置に対して、現在、望遠鏡が指定された方向を向いていることを教えることで、以後はこれを基準に動作するようになります。その後、望遠鏡で適当な明るい恒星 $P_4(\alpha_4, \delta_4)$ を導入します。ここではまだ極軸が正しく調整されていないためにずれが生じ、恒星は視野の中央には入りません。ここでこの星は、式(8)に示したような極軸を補正する回転の分だけずれているはずであり、この星が視野の中央になるように微動装置などを使って極軸を修正すれば、極軸を正確に合わせることが可能になります。

なお、天球上の星の位置は、地球の自転・公転運動のゆらぎ、歳差や章動、星の光が大気によって屈折して見える大気差などのさまざまな影響を受けます。これにより、実際の星は、現在一般的に星図に使われる座標系である「J2000」で表した座標とは僅かにずれた「視位置」と呼ばれる座標の方向に見えます。前述のプレートマッチングによる測定は J2000 で表された恒星位置を基準にして行うため、得られる座標は J2000 系になります。しかし、実際に見えている方向は上記のようなずれを考慮した「視位置」であることから、これらを適切に補正することによって、前述の極軸補正をより正確に行うことも可能です。

なお、本資料は本特許に係る技術の一実施例を説明したものであり、本特許の権利範囲は特許請求の範囲によって定まります。

以上